



A

Tóm tắt lý thuyết

1. Định nghĩa cổ điển của xác suất

✧ Định nghĩa

- Giả sử A là biến cố liên quan đến một phép thử chỉ có một số hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện.
- Ta gọi tỉ số $\frac{n(A)}{n(\Omega)}$ là **xác suất của biến cố A** , kí hiệu $P(A)$.
- Công thức tính:** $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$

✧ Chú ý:

- $n(A)$ là số phần tử của A hay cũng là số kết quả thuận lợi của biến cố A
- $n(\Omega)$ là số kết quả có thể xảy ra của phép thử.

2. Tính chất của xác suất

✧ Định lý:

- $P(\emptyset) = 0, P(\Omega) = 1$
- $0 \leq P(A) \leq 1$, với mọi biến cố A
- Nếu A và B xung khắc thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

✧ Hệ quả: Với mọi biến cố A , ta có $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

3. Các biến cố độc lập và công thức nhân xác suất

- Hai biến cố được gọi là **độc lập** nếu sự xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của biến cố kia.
- A và B độc lập $\Leftrightarrow P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$

B

Phân dạng bài tập

①. Dạng 1: Tính xác suất bằng định nghĩa

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là:

- A. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Không gian mẫu là: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$.

Gọi A là biến cố: “Mặt có số chấm chẵn xuất hiện”.

$\Rightarrow A = \{2, 4, 6\} \Rightarrow n(A) = 3$.

Xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Câu 2: Trong giỏ có 5 đôi tất khác màu, các chiếc tất cùng đôi thì cùng màu. Lấy ngẫu nhiên ra 2 chiếc. Tính xác suất để 2 chiếc đó cùng màu.

A. $\frac{1}{24}$.

B. $\frac{1}{18}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Lấy 2 chiếc từ 10 chiếc tất, số cách lấy là: $|\Omega| = C_{10}^2 = 45$

Lấy 2 chiếc cùng màu từ 10 chiếc tất, số cách lấy là: $|\Omega_A| = C_5^1 = 5$

Xác suất để lấy được một đôi tất cùng màu: $P = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{1}{9}$.

Câu 3: Một lô hàng có 100 sản phẩm, trong đó có 80 sản phẩm tốt và 20 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 4 sản phẩm từ hộp, tính xác suất để 4 sản phẩm lấy ra đều là sản phẩm tốt.

A. $\frac{A_{80}^4}{A_{100}^4}$.

B. $\frac{C_{80}^4}{C_{100}^4}$.

C. $\frac{80!}{100!}$.

D. $\frac{C_{20}^4}{C_{100}^4}$.

Lời giải

Số cách chọn ra 4 sản phẩm từ hộp là C_{100}^4 .

Để 4 sản phẩm lấy ra đều là sản phẩm tốt thì số cách là C_{80}^4 .

Vậy xác suất để 4 sản phẩm lấy ra đều là sản phẩm tốt là $\frac{C_{80}^4}{C_{100}^4}$.

Câu 4: Có 3 chiếc hộp. Mỗi hộp chứa 4 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 4. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp một thẻ. Tính xác suất để 3 thẻ được lấy ra đều mang số chẵn.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{3}{32}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1 = 64$

Gọi A là biến cố 3 thẻ mang số chẵn: $n(A) = C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 = 8$

Xác suất cho biến cố A: $P(A) = \frac{8}{64} = \frac{1}{8}$

Câu 5: Một hội nghị có 15 nam và 6 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 người vào ban tổ chức. Xác suất để 3 người lấy ra là nam:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{91}{266}$.

C. $\frac{4}{33}$.

D. $\frac{1}{11}$.

Lời giải

$n(\Omega) = C_{21}^3 = 1330$.

Gọi A là biến cố: “3 người lấy ra là nam”. Khi đó, $n(A) = C_{15}^3 = 455$.

Vậy xác suất để 3 người lấy ra là nam là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{13}{38} = \frac{91}{266}$.

Câu 6: Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\frac{4}{165}$.

B. $\frac{4}{455}$.

C. $\frac{33}{91}$.

D. $\frac{24}{455}$.

Lời giải

Ta có: $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$.Gọi A là biến cố “lấy được 3 quả cầu màu xanh”. Khi đó $n(A) = C_4^3 = 4$.

Vậy $P(A) = \frac{4}{455}$.

②. Dạng 2:

Tính xác suất bằng công thức cộng

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất P để hiệu số chấm trên các mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 2.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{9}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. 1.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.Gọi A là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán:

$$A = \{(1; 3), (3; 1), (4; 2), (2; 4), (3; 5), (5; 3), (4; 6), (6; 4)\}$$
 nên $n(A) = 8$.

Vậy $P(A) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$.

Câu 2: Người ta sử dụng 7 cuốn sách Toán, 8 cuốn sách Vật lí, 9 cuốn sách Hóa học để làm phần thưởng cho 12 học sinh, mỗi học sinh được 2 cuốn sách khác loại. Trong số 12 học sinh trên có hai bạn Thảo và Hiền. Tính xác suất để hai bạn Thảo và Hiền có phần thưởng giống nhau.

A. $\frac{1}{22}$.

B. $\frac{5}{18}$.

C. $\frac{19}{66}$.

D. $\frac{1}{11}$.

Lời giải

Có 24 cuốn sách ghép cặp với nhau tạo thành 12 bộ sách.

1 Toán - 1 Lí có: $12 - 9 = 3$ bộ.1 Toán - 1 Hóa có: $12 - 8 = 4$ bộ.1 Lí - 1 Hóa có $12 - 7 = 5$ bộ.Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{12}^2 = 66$.Gọi A là biến cố “Thảo và Hiền có phần thưởng giống nhau”

$$n(A) = C_3^2 + C_4^2 + C_5^2 = 3 + 6 + 10 = 19.$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{19}{66}.$$

Câu 3: Một lớp học có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ là

A. $\frac{4651}{5236}$.

B. $\frac{4615}{5236}$.

C. $\frac{4610}{5236}$.

D. $\frac{4615}{5263}$.

Lời giải

Số cách chọn 4 học sinh trong số 35 học sinh lên bảng giải bài tập là: $|\Omega| = C_{35}^4$.Gọi A là biến cố: “có cả nam và nữ”.Số cách chọn 4 học sinh nam là: C_{20}^4 .

Số cách chọn 4 học sinh nữ là: C_{15}^4 .

Do đó: $|\Omega_A| = C_{35}^4 - C_{20}^4 - C_{15}^4 = 46150$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{4615}{5236}$.

Câu 4: Một nhóm học sinh có 6 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Từ nhóm học sinh này ta chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Tính xác suất để trong ba học sinh được chọn có cả nam và nữ.

- A. $1 - \frac{C_7^3}{C_{13}^3}$. B. $1 - \frac{C_6^3}{C_{13}^3}$. C. $\frac{C_6^2 C_7^1 + C_7^2 C_6^1}{C_{13}^3}$. D. $\frac{C_6^3 + C_7^3}{C_{13}^3}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{13}^3$.

Gọi A là biến cố trong ba học sinh được chọn có cả nam và nữ.

+ Trường hợp 1: 2 nam và 1 nữ, ta có số cách chọn là $C_6^2 \cdot C_7^1$

+ Trường hợp 2: 1 nam và 2 nữ, ta có số cách chọn là $C_6^1 \cdot C_7^2$.

Số phần tử của A là: $n(A) = C_6^2 C_7^1 + C_7^2 C_6^1$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_6^2 C_7^1 + C_7^2 C_6^1}{C_{13}^3}$.

Câu 5: Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển được lấy ra có ít nhất một quyển là toán.

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{37}{42}$. C. $\frac{10}{21}$. D. $\frac{2}{7}$.

Lời giải

Trên giá có tất cả: $4+3+2=9$ bao gồm cả 3 môn: toán, lý và hóa.

Lấy 3 quyển sách từ 9 quyển sách, số cách lấy ra là $C_9^3 = 84 \Rightarrow n(\Omega) = 84$

Gọi A là biến cố: “3 quyển lấy ra có ít nhất 1 quyển toán”.

Suy ra $\bar{A}$: “3 quyển lấy ra không có quyển toán nào” $\Rightarrow n(\bar{A}) = C_5^3 = 10$.

Vậy xác suất để 3 quyển được lấy ra có ít nhất một quyển sách toán là:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{10}{84} = \frac{37}{42}.$$

③. Dạng 3: *Tính xác suất bằng công thức nhân*

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Xác suất sút bóng thành công tại chấm 11 mét của hai cầu thủ Quang Hải và Văn Đức lần lượt là 0,8 và 0,7. Biết mỗi cầu thủ sút một quả tại chấm 11 mét và hai người sút độc lập. Tính xác suất để ít nhất một người sút bóng thành công.

- A. 0,44. B. 0,94. C. 0,38. D. 0,56.

Lời giải

Xác suất sút không thành công tại chấm 11 của cầu thủ Quang Hải là $1 - 0,8 = 0,2$

Xác suất sút không thành công tại chấm 11 của cầu thủ Văn Đức là $1 - 0,7 = 0,3$

Xác suất cả hai cầu thủ sút không thành công tại chấm 11 là $0,2.0,3 = 0,06$

Suy ra: Xác suất để ít nhất một người sút bóng thành công là: $1 - 0,06 = 0,94$.

Câu 2: Xác suất bắn trúng mục tiêu của một vận động viên khi bắn một viên đạn là 0,3. Người đó bắn hai viên một cách độc lập. Xác suất để một viên trúng và một viên trượt mục tiêu là
A. 0,21. **B.** 0,09. **C.** 0,18. **D.** 0,42.

Lời giải

Xác suất để một viên trúng và một viên trượt mục tiêu là: $0,3.0,7 + 0,7.0,3 = 0,42$.

Câu 3: Xác suất sút bóng thành công tại chấm 11 mét của hai cầu thủ Quang Hải và Văn Đức lần lượt là 0,8 và 0,7. Biết mỗi cầu thủ sút một quả tại chấm 11 mét và hai người sút độc lập. Tính xác suất để ít nhất một người sút bóng thành công.

A. 0,44. **B.** 0,94. **C.** 0,38. **D.** 0,56.

Lời giải

Chọn B

Cách 1

Gọi A là biến cố cầu thủ Quang Hải sút bóng thành công, B là biến cố cầu thủ Văn Đức sút bóng thành công, C là biến cố có ít nhất một người sút bóng thành công.

$$\text{Suy ra } C = A\bar{B} \cup \bar{A}B \cup AB$$

Do A, B là hai biến cố độc lập nên

$$P(C) = P(A\bar{B} \cup \bar{A}B \cup AB) = 0,8.0,3 + 0,2.0,7 + 0,8.0,7 = 0,94.$$

Cách 2

Gọi A là biến cố cầu thủ Quang Hải sút bóng thành công, B là biến cố cầu thủ Văn Đức sút bóng thành công, C là biến cố có ít nhất một người sút bóng thành công. Khi đó $\bar{C}$ là biến cố không cầu thủ nào sút bóng thành công.

$$\text{Ta có: } \bar{C} = \bar{A}\bar{B} \Rightarrow P(\bar{C}) = 0,2.0,3 = 0,06 \Rightarrow P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 0,94.$$

④. Dạng 4:

Bài toán kết hợp quy tắc cộng và quy tắc nhân xác suất

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Trong một trò chơi, người chơi cần gieo cùng lúc ba con súc sắc cân đối đồng chất; nếu được ít nhất hai con súc sắc xuất hiện mặt có số chấm lớn hơn 4 thì người chơi đó thắng. Tính xác suất để trong 3 lần chơi, người đó thắng ít nhất 1 lần.

A. $\frac{386}{729}$. **B.** $\frac{7}{27}$. **C.** $\frac{11683}{19683}$. **D.** $\frac{2}{9}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố trong 3 lần chơi, người đó thắng ít nhất 1 lần.

Khi đó: $\bar{A}$ là biến cố trong 3 lần chơi, người đó toàn thua.

Tính xác suất để một lần chơi người đó thua:

Để chơi thua, thì ít nhất 2 trong ba con súc sắc người đó gieo xuất hiện số chấm bé hơn hoặc bằng 4. Suy ra xác suất để người đó chơi thua một lần là: $\left(\frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{6}\right) \cdot 3 + \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{20}{27}$.

$$P(\bar{A}) = \left(\frac{20}{27}\right)^3 = \frac{8000}{19683} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{8000}{19683} = \frac{11683}{19683}.$$

Câu 2: Gieo hai đồng xu A và B một cách độc lập. Đồng xu A chế tạo cân đối. Đồng xu B chế tạo không cân đối nên xác suất xuất hiện mặt sấp gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa. Tính xác suất để khi gieo hai đồng xu cùng lúc được kết quả 1 sấp và 1 ngửa.

A. 25%. **B.** 50%. **C.** 75%. **D.** 60%.

Lời giải

Gọi A là biến cố “đồng xu A xuất hiện mặt sấp”, B là biến cố “đồng xu B xuất hiện mặt sấp”;
 C là biến cố “có một sấp và một ngửa khi gieo cả hai đồng xu một lần”.

$\Rightarrow C = A\bar{B} \cup \bar{A}B$, mà $A\bar{B}, \bar{A}B$ xung khắc và $A, \bar{B}; \bar{A}, B$ độc lập.

$$\Rightarrow P(C) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) = P(A)P(\bar{B}) + P(\bar{A})P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2} = 50\%.$$

Câu 3: Có hai hộp. Hộp I đựng 4 gói quà màu đỏ và 6 gói quà màu xanh, hộp II đựng 2 gói quà màu đỏ và 8 gói quà màu xanh. Gieo một con súc sắc, nếu được mặt 6 chấm thì lấy một gói quà từ hộp I, nếu được mặt khác thì lấy một gói quà từ hộp II. Tính xác suất để lấy được gói quà màu đỏ.

A. $\frac{7}{30}$. **B.** $\frac{23}{30}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có xác suất để gieo con súc sắc xuất hiện mặt 6 chấm là $P(A) = \frac{1}{6}$ và xác suất để gieo con

súc sắc không xuất hiện mặt 6 chấm là $P(\bar{A}) = \frac{5}{6}$.

Xác suất lấy từ hộp I được gói quà màu đỏ là $P(B_1) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

Xác suất lấy từ hộp II được gói quà màu đỏ là $P(B_2) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

Vậy xác suất để lấy được gói quà màu đỏ là $P(A).P(B_1) + P(\bar{A}).P(B_2) = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{7}{30}$.